

# Supernovae Ia als kosmologische Proben und effektiver kosmologischer Term

Marcel Zemp

3. Dezember 2001

ETH Zürich

Vortrag im Rahmen des Proseminars in theoretischer Physik zum Thema Kosmologie und relativistische Astrophysik

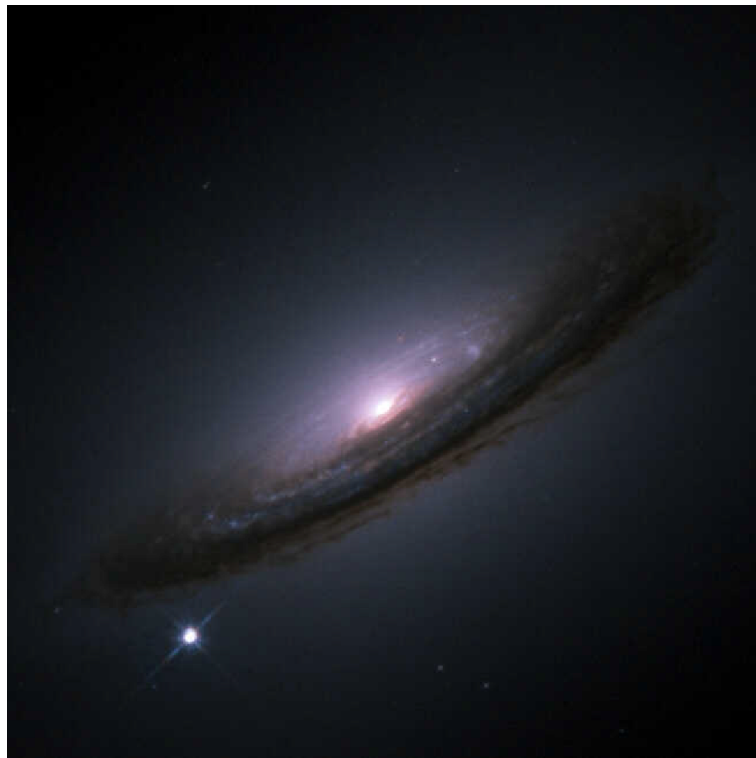


Abbildung 1: SN (Ia) 1994D (Quelle: [28])

## Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Friedmann-Robertson-Walker Universum</b>          | <b>3</b>  |
| 1.1      | Hubble-Flow . . . . .                                | 3         |
| 1.2      | 4-dimensionales Linienelement . . . . .              | 3         |
| 1.3      | Friedmann-Gleichungen für $\Lambda \neq 0$ . . . . . | 4         |
| <b>2</b> | <b>Definitionen und Begriffe</b>                     | <b>4</b>  |
| 2.1      | Hubble-Parameter $H$ . . . . .                       | 4         |
| 2.2      | Rotverschiebung $z$ . . . . .                        | 4         |
| 2.3      | Energiefluss $F$ . . . . .                           | 5         |
| 2.4      | Leuchtkraft $L$ . . . . .                            | 5         |
| 2.5      | Helligkeitsdistanz $D_L$ . . . . .                   | 5         |
| 2.6      | Scheinbare Helligkeit $m$ . . . . .                  | 5         |
| 2.7      | Absolute Helligkeit $M$ . . . . .                    | 6         |
| 2.8      | Distanzmodul $m - M$ . . . . .                       | 6         |
| <b>3</b> | <b>Rotverschiebung-Helligkeits Beziehung</b>         | <b>6</b>  |
| <b>4</b> | <b>Supernovae Ia</b>                                 | <b>10</b> |
| 4.1      | Klassifizierung von Supernovae . . . . .             | 10        |
| 4.2      | Entstehung einer Supernovae Ia . . . . .             | 10        |
| 4.3      | Eigenschaften einer Supernova Ia . . . . .           | 11        |
| 4.4      | Detektionsstrategie . . . . .                        | 13        |
| 4.5      | Korrekturen und Kalibrierung . . . . .               | 14        |
| 4.6      | Beobachtung und Resultate . . . . .                  | 16        |
| 4.7      | Erklärungen . . . . .                                | 17        |
| 4.8      | Ausblick . . . . .                                   | 18        |
| 4.9      | Probleme . . . . .                                   | 19        |

# 1 Friedmann-Robertson-Walker Universum

## 1.1 Hubble-Flow

Eine zentrale Eigenschaft unseres Universums ist der Hubble-Flow. Er bezeichnet den Zusammenhang zwischen der Fluchtgeschwindigkeit eines Objektes und dessen Abstand zum Beobachter: weiter entfernte Objekte expandieren mit einer grösseren Geschwindigkeiten von uns weg als nahe Objekte. Dieser Sachverhalt wurde von Hubble 1929 entdeckt. Ein Beobachter, der sich mit dem Hubble-Flow bewegt wird als comoving bezeichnet. Für einen solchen comoving Beobachter erscheint das Universum homogen und isotrop.

Als 2-dimensionales Analogon kann man sich das vorstellen als ob man einen Ballon, auf dem Münzen aufgebracht sind, aufblasen würde. Die Distanzen zwischen den Münzen vergrössern sich währenddem die Grösse der Münzen erhalten bleibt (Mittlere Distanz Erde-Sonne konstant, keine Vergrösserung von atomaren Distanzen usw.).

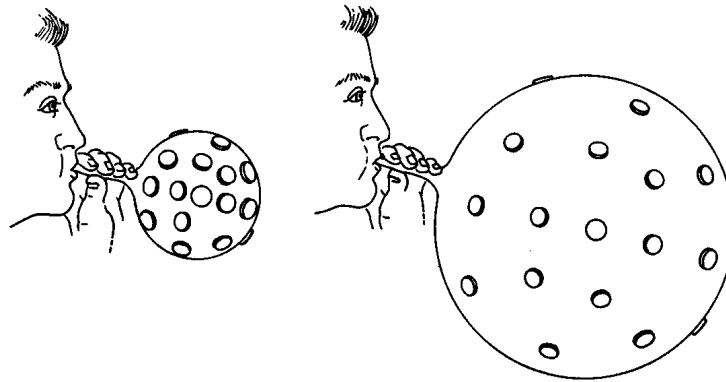


Abbildung 2: Aufblasen eines Ballons als Modell für die Expansion des Universums. (Quelle: [14], Seite 719)

## 1.2 4-dimensionales Linienelement

Im Friedmann-Robertson-Walker Universum wird das 4-dimensionale Linienelement  $ds^2$  wie folgt beschrieben

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \underbrace{\left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 \underbrace{(d\vartheta^2 + \sin^2(\vartheta)d\varphi^2)}_{d\Omega^2} \right]}_{d\sigma^2}. \quad (1)$$

Die Art der Krümmung der Hyperfläche wird mit  $k$  bezeichnet welche die Werte +1, -1, 0 für ein positiv, negativ gekrümmtes beziehungsweise flaches Universum annehmen kann

und  $a(t)$  ist der Expansionsfaktor zur Zeit  $t$ , welcher im Fall einer positiven Krümmung auch als Radius des Universums interpretiert werden kann. Mit  $d\Omega$  wird die Metrik einer 2-Sphäre bezeichnet,  $r$  ist die radiale comoving Koordinate und wir nennen das räumliche Linienelement allgemein  $d\sigma$ .

### 1.3 Friedmann-Gleichungen für $\Lambda \neq 0$

Einsteins Gleichungen reduzieren sich im allgemeinsten Fall mit einer kosmologischen Konstanten  $\Lambda \neq 0$  auf folgende drei Friedmann-Gleichungen

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \quad (2)$$

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (3)$$

$$\dot{\rho} = -3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)(\rho + p). \quad (4)$$

Die Ableitung nach der Zeit wird mit  $\dot{\phantom{x}}$  bezeichnet. Hier ist  $a$  wiederum der Expansionsfaktor,  $G$  steht für die Newtonsche Gravitationskonstante und  $k$  charakterisiert die Art der Krümmung. Mit  $\rho$  wird die Energiedichte und mit  $p$  der isotrope Druck bezeichnet.

## 2 Definitionen und Begriffe

### 2.1 Hubble-Parameter $H$

Der Hubble-Parameter  $H(t)$  ist als das Verhältnis zwischen Geschwindigkeit  $v = (ar)^\cdot = \dot{a}r$  und der Distanz  $D = ar$  definiert und lautet also

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (5)$$

Die explizite Zeitabhängigkeit wird meistens nur mit einem Index angegeben, wobei kein Index einer beliebigen Zeit  $t$  entspricht und der Index 0 den jetzigen Zeitpunkt bezeichnet.

### 2.2 Rotverschiebung $z$

Die Rotverschiebung  $z$  ist als das Verhältnis zwischen dem Unterschied  $\Delta\lambda$  von beobachteter Wellenlänge  $\lambda_0$  und emittierter Wellenlänge  $\lambda_E$  der Quelle zur emittierten Wellenlänge  $\lambda_E$  definiert

$$z \equiv \frac{\Delta\lambda}{\lambda_E} = \frac{\lambda_0 - \lambda_E}{\lambda_E} = \frac{\nu_E - \nu_0}{\nu_0}. \quad (6)$$

Es wird in Abschnitt 3 gezeigt, dass folgender wichtiger Zusammenhang zwischen dem Expansionsfaktor  $a$  und der Rotverschiebung  $z$  gilt

$$z = \frac{a_0}{a} - 1. \quad (7)$$

### 2.3 Energiefluss $F$

Der Energiefluss  $F$  bezeichnet die auf der Erde gemessene Intensität einer Strahlungsquelle. Die Einheit des Energieflusses ist  $[W/m^2]$ .

### 2.4 Leuchtkraft $L$

Mit der Leuchtkraft  $L$  wird die total abgegebene Leistung einer Strahlungsquelle bezeichnet.  $L$  nennt man auch intrinsische Luminosität und wird in  $[W]$  gemessen.

### 2.5 Helligkeitsdistanz $D_L$

Man definiert die Helligkeitsdistanz  $D_L$  für beliebige Krümmung  $k$  folgendermassen

$$D_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}. \quad (8)$$

Im Falle eines flachen Universums ( $k = 0$ ) kann man sich die Leuchtkraft als das Resultat einer Integration des Energieflusses über die Kugeloberfläche im Abstand  $D_L$  vorstellen

$$L = 4\pi D_L^2 F. \quad (9)$$

Man kommt dann auf die obige Definition (8).

### 2.6 Scheinbare Helligkeit $m$

Die scheinbare Helligkeit  $m$  bezeichnet eher eine unglückliche Definition in der Astronomie. Alles begann um ca. 120 vor Christus als Hipparch die Sterne in 6 Klassen einteilte: 1 mag stand für die hellsten Sterne; 6 mag für die schwächsten Sterne, die man gerade noch mit dem Auge wahrnehmen konnte.

Zu diesem Zeitpunkt wusste noch niemand, dass unser Auge logarithmisch empfindet! Als man dies bemerkte und herausfand, dass sich die Intensität (Energiefluss) eines Sternes der Magnitude 1 zur Intensität eines Sternes der Magnitude 6 wie 100 zu 1 verhält

$$\frac{F_{1mag}}{F_{6mag}} = 100, \quad (10)$$

führte dies zu folgendem Zusammenhang zwischen scheinbarer Helligkeit und Intensität

$$\frac{F_A}{F_B} = 100^{\frac{m_B - m_A}{5}}. \quad (11)$$

Norman Pogson definierte 1856 die scheinbare Helligkeit eines leuchtenden Objektes mit einem Referenzfluss  $F_0$

$$m \equiv -2.5 \log \left( \frac{F}{F_0} \right) \quad (12)$$

wobei  $F_0 = 2.51 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2$  ist.

Beispiele:

|         |                          |
|---------|--------------------------|
| Sonne   | $m = -26.8 \text{ mag}$  |
| Mond    | $m = -12.5 \text{ mag}$  |
| Sirius  | $m = -1.5 \text{ mag}$   |
| SN1994D | $m = +11.8 \text{ mag}$  |
| HST     | $m \leq +28 \text{ mag}$ |

## 2.7 Absolute Helligkeit $M$

Die absolute Helligkeit  $M$  wurde als die scheinbare Helligkeit in 10 pc (32.6 Lichtjahre) Entfernung von der Strahlungsquelle definiert.

Beispiele:

|         |                         |
|---------|-------------------------|
| Sonne   | $M = +4.7 \text{ mag}$  |
| Mond    | $M = +32 \text{ mag}$   |
| Sirius  | $M = +1.4 \text{ mag}$  |
| SN1994D | $M = -19.0 \text{ mag}$ |

## 2.8 Distanzmodul $m - M$

Das Distanzmodul ist als Differenz von scheinbarer und absoluter Helligkeit definiert

$$m - M = 2.5 \log \left( \frac{F_{10pc}}{F_{D_L}} \right) = 5 \log \left( \frac{D_L}{10pc} \right). \quad (13)$$

# 3 Rotverschiebung-Helligkeits Beziehung

Wir beginnen mit der ersten Friedmann-Gleichung (2) und erweitern diese mit  $\left(\frac{a}{a_0}\right)^2$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a_0}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho \left(\frac{a}{a_0}\right)^2 + \frac{\Lambda}{3} \left(\frac{a}{a_0}\right)^2 - \frac{k}{a_0^2}. \quad (14)$$

In den für uns relevanten Zeiträumen ist das Universum klar dominiert von nichtrelativistischer Materie und wir lassen in der Energiedichte  $\rho$  den Anteil der relativistischen Materie weg. Der Index M bezeichnet von nun an die nichtrelativistische Materie. Der Druck  $p_M$  von nichtrelativistischer Materie ist vernachlässigbar und wir setzen daher  $p_M = 0$ . Damit folgt aus der dritten Friedmann-Gleichung (4)

$$\dot{\rho}_M = -3\frac{\dot{a}}{a}\rho_M. \quad (15)$$

Durch Integration von  $t$  bis  $t_0$  gelangen wir zu folgendem Ausdruck

$$\rho_{M0} = \left(\frac{a}{a_0}\right)^3 \rho_M. \quad (16)$$

Damit folgt aus (14) durch Einsetzen von (16) und teilen durch  $H_0^2$

$$\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{a}{a_0 H_0}\right)\right]^2 = \frac{8\pi G a_0}{3H_0^2} \frac{\rho_{M0}}{a} + \frac{8\pi G}{3H_0^2} \frac{\Lambda}{8\pi G} \left(\frac{a}{a_0}\right)^2 - \frac{k}{a_0^2 H_0^2}. \quad (17)$$

Wir definieren nun mit  $\rho_c \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G}$  eine kritische Energiedichte und mit  $\rho_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{8\pi G}$  eine Energiedichte für  $\Lambda$ . Durch Einführung einer dimensionslosen Zeit  $\tau \equiv tH_0$  und des Parameters  $x \equiv \frac{a}{a_0}$  folgt daraus

$$\left[\frac{d}{d\tau}x(\tau)\right]^2 = \underbrace{\frac{\rho_{M0}}{\rho_c}}_{\Omega_M \equiv \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho_{M0}} x^{-1}(\tau) + \underbrace{\frac{\rho_\Lambda}{\rho_c}}_{\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{3H_0^2}} x^2(\tau) - \underbrace{\frac{k}{a_0^2 H_0^2}}_{\Omega_K}. \quad (18)$$

Aus der ersten Friedmann-Gleichung (2) zum Zeitpunkt  $t_0$  folgt durch Division durch  $H_0^2$  sofort folgende wichtige Gleichung der Kosmologie

$$1 = \Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_K. \quad (19)$$

Betrachten wir nun ein Lichtsignal das eine Quelle zum Zeitpunkt  $t$  aussendet und welches vom Beobachter zum Zeitpunkt  $t_0$  empfangen wird. Da sich das Licht auf einer Nullgeodäte in der Raum-Zeit ausbreitet, folgt aus der Metrik (1)  $dt = a(t)d\sigma$  und daher

$$\underbrace{\int_t^{t_0} \frac{dt'}{a(t')}}_I = \underbrace{\int_Q^B d\sigma}_{II}. \quad (20)$$

Integral  $II$  ist unabhängig von  $t$  und  $t_0$ !

Wir wenden uns nun zuerst Integral  $I$  zu: Betrachten wir ein Lichtsignal das zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  von der Quelle emittiert und zur Zeit  $t_0 + \Delta t_0$  vom Beobachter empfangen wird, so gilt wegen (20)

$$\int_t^{t_0} \frac{dt'}{a(t')} = \int_{t+\Delta t}^{t_0+\Delta t_0} \frac{dt'}{a(t')}. \quad (21)$$

Für kleine  $\Delta t$  und  $\Delta t_0$  folgt daraus

$$\frac{\Delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\Delta t}{a(t)}. \quad (22)$$

Wenn wir nun  $\Delta t$  und  $\Delta t_0$  als Periode des emittierten beziehungsweise empfangenen Lichts interpretieren

$$\frac{a_0}{a} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \frac{\nu_E}{\nu_0}, \quad (23)$$

folgt aus der Definition der Rotverschiebung (6) sofort

$$z = \frac{a_0}{a} - 1. \quad (24)$$

Schreiben wir nun Integral  $I$  als Funktion von  $a$  und wandeln es danach mit Hilfe von  $\frac{da}{dx} = a_0$  und  $\frac{da}{dt} = \frac{dx}{d\tau} H_0 a_0$  in ein Integral von  $x$  um

$$\int_a^{a_0} \frac{da'}{a' \dot{a}'} = \int_{\frac{a}{a_0}}^1 \frac{a_0 dx}{a_0 x \left( \frac{dx}{d\tau} H_0 a_0 \right)} = \frac{1}{H_0 a_0} \int_{\frac{a}{a_0}}^1 \frac{dx}{x \left( \frac{dx}{d\tau} \right)}, \quad (25)$$

so erhalten wir durch Benutzen des Ausdrucks (18) und  $x = (1+z)^{-1}$  für  $I$

$$\frac{1}{H_0 a_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M (1+z')^3 + \Omega_K (1+z')^2 + \Omega_\Lambda}}. \quad (26)$$

Wir definieren nun

$$E(z) \equiv \sqrt{\Omega_M (1+z)^3 + \Omega_K (1+z)^2 + \Omega_\Lambda} = (1+z) \frac{dx}{d\tau} = x^{-1} \frac{dx}{d\tau}. \quad (27)$$

Hierbei lässt sich nun leicht ein Ausdruck für das Alter des Universums herleiten. Mit  $dt = \frac{1}{H_0} d\tau$  und einer Integration vom Zeitpunkt des Big Bang ( $t = 0$ ) bis heute ( $t = t_0$ ) folgt

$$t_0 = \frac{1}{H_0} \int_0^{\tau_0} d\tau \frac{dx}{dx} = \frac{1}{H_0} \int_0^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(z')}. \quad (28)$$

Wenn man der Quelle die radiale Koordinate 0 beziehungsweise  $R$  für den Beobachter zuordnet und bedenkt, dass der Beobachter für die Quelle immer unter den gleichen Winkeln (d.h.  $d\Omega = 0$ ) erscheint, findet man für Integral  $II$



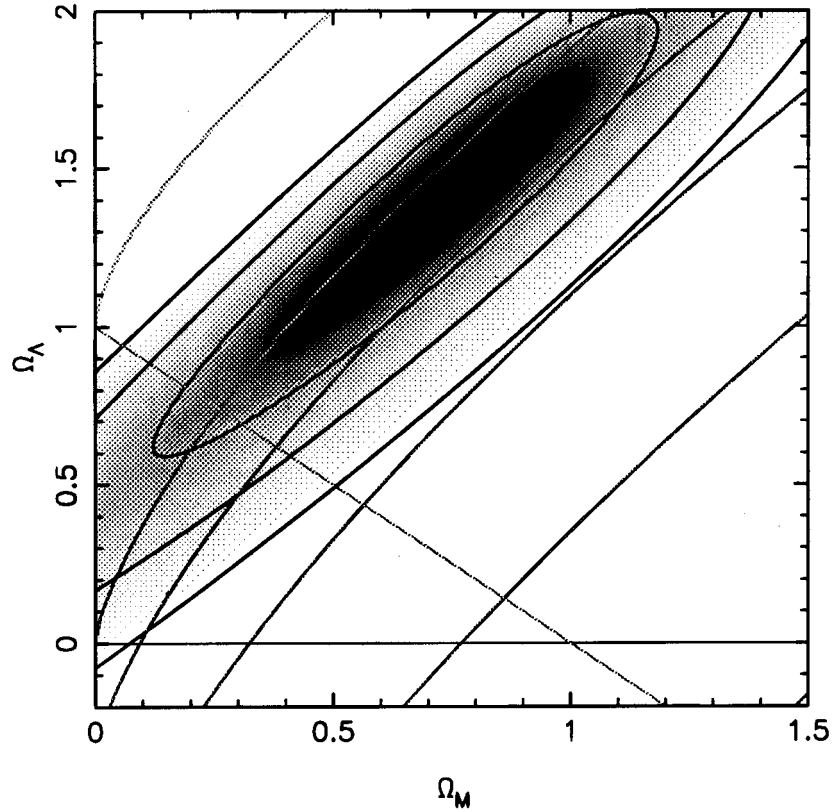


Abbildung 3:  $\Omega_M$ - $\Omega_\Lambda$  Ebene mit den Konfidenzgebieten der Beobachtungen. (siehe auch Kapitel 4) Eingezeichnet sind die Kurven konstanten Alters des Universums in Einheiten von  $H_0^{-1}$ . Von rechts her bezeichnen die Linien 0.7, 0.8, 0.9 und 1  $H_0^{-1}$ . Bevorzugt wird also ein Modell mit  $H_0 \cdot t_0 \approx 1$ . (Quelle: [12], Seite 15)

$$\int_Q^B d\sigma = \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = \begin{cases} \arcsin(R) & k = +1 \\ R & k = 0 \\ \text{Arsinh}(R) & k = -1 \end{cases} \quad (29)$$

und man kann daher mit  $|\Omega_K|^{1/2} = \frac{1}{H_0 a_0}$  schreiben

$$R = S \left( |\Omega_K|^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right), \quad (30)$$

wobei man die Funktion  $S(\chi)$  folgendermassen definiert

$$S(\chi) = \begin{cases} \sin(\chi) & k = +1 \\ \chi & k = 0 \\ \sinh(\chi) & k = -1 \end{cases} . \quad (31)$$

In der Zeit  $dt$  emittiert die Quelle die Energie  $Ldt$ . Diese Energie wird um den Faktor  $(1+z)^{-1}$  rotverschoben, über die Fläche  $4\pi(a_0R)^2$  verteilt und während der Zeit  $dt_0$  beim Beobachter absorbiert. Daher resultiert für den beobachteten Energiefluss

$$F = Ldt(1+z)^{-1} \frac{1}{4\pi(a_0R)^2} \frac{1}{dt_0}. \quad (32)$$

Daraus folgt für die Helligkeitsdistanz  $D_L$  (8) mit  $\frac{dt_0}{dt} = (1+z)$

$$D_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi F}} = Ra_0(1+z) \quad (33)$$

und somit mit (30)

$$D_L = \frac{(1+z)}{H_0|\Omega_K|^{1/2}} S \left( |\Omega_K|^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right) = \frac{1}{H_0} \mathcal{D}_L \quad (34)$$

wobei  $\mathcal{D}_L$  als Hubble-Parameter freie Helligkeitsdistanz bezeichnet wird.

Aus (13) folgt nun

$$m = \mathcal{M} + 5 \log(\mathcal{D}_L) \quad (35)$$

mit  $\mathcal{M} = M + 25 - 5 \log(H_0 \cdot 1Mpc)$ .  $\mathcal{M}$  ist hier momentan nur ein uninteressanter Fit-Parameter.

## 4 Supernovae Ia

### 4.1 Klassifizierung von Supernovae

Die verschiedenen Arten von Supernovae lassen sich durch Analysieren des Spektrums unterscheiden. Sind Wasserstoff-Linien im Spektrum vorhanden, ist es eine Supernova Typ II, falls nicht eine Supernova des Typ I. Die Supernovae des Typs I muss man nun noch weiter unterscheiden in a, b und c: Supernovae Ia zeichnen sich durch SiIII Linien aus, welche bei den anderen beiden fehlen. Der Unterschied zwischen den Typen Ib und Ic liegt in der Stärke der HeI-Linien: bei Supernovae Ib sind sie stark ausgeprägt; bei Supernovae Ic nur schwach. Siehe auch Abbildung 4 für einen Vergleich der Spektren.

### 4.2 Entstehung einer Supernovae Ia

Das Standardszenario für die Entstehung einer Supernova Ia ist folgendes: In einem Doppelsternsystem mit einem Weissen Zwerg, hauptsächlich aus Kohlenstoff und Sauerstoff bestehend, und einem normaler Stern akkretiert der Weisse Zwerg von seinem Begleiter ständig Masse bis er die kritische Chandrasekhar Masse ( $\approx 1.4M_\odot$ ) erreicht. Der Weisse Zwerg wird instabil und der Kohlenstoff wird gezündet. Eine Brennfrent (Deflagration) propagiert nach aussen und zerreisst den Weissen Zwerg vollständig. Dabei wird innerhalb

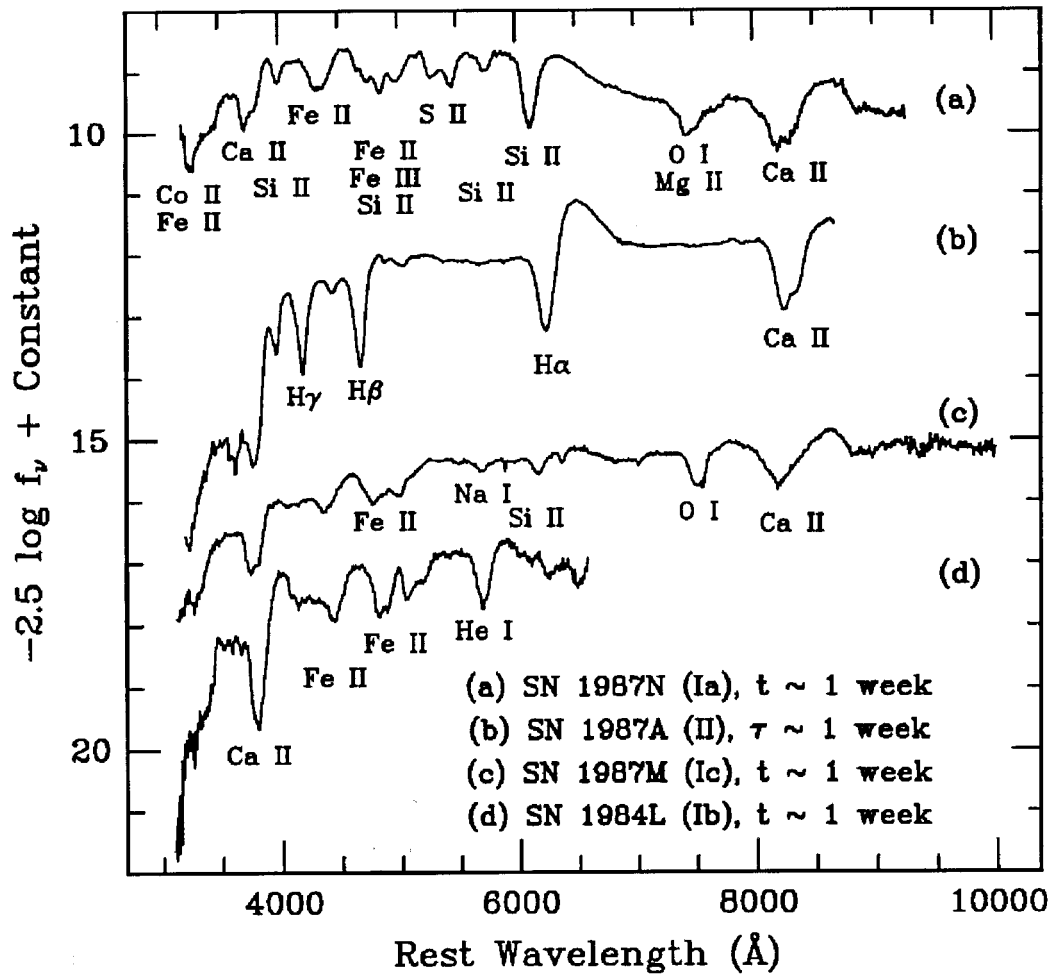


Abbildung 4: Spektren verschiedener Supernovae im Vergleich. (Quelle: [4], Seite 312)

weniger Sekunden das ganze Material zu Nickel und Eisen durchfusioniert. Nickel zerfällt danach über Kobalt in Eisen. Diese Zerfälle sind verantwortlich für die langsam abnehmende Leuchtkraft, welche man ab ca. 20 Tagen nach dem Maximum beobachtet. Es wird vermutet, dass die Supernovae Ia Hauptproduzenten von Eisen in unserem Universum sind.

### 4.3 Eigenschaften einer Supernova Ia

Die wohl wichtigste Eigenschaft einer Supernovae Ia ist ihre fast gleiche absolute Helligkeit  $M$ , da bei der Explosion immer die gleiche Energie zur Verfügung steht. In der Tat beträgt die Streuung der gemessenen absoluten Helligkeit  $\sigma \approx 0.3$  mag um einen Mittelwert von  $-19.2$  mag (bei einem Hubble-Parameter  $H_0$  von  $65 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ). Die Beobachtungen zeigen auch sehr homogene Spektren für Supernovae Ia, woraus man schliesst, dass sie durch die gleichen Mechanismen (Standardszenario) entstehen.

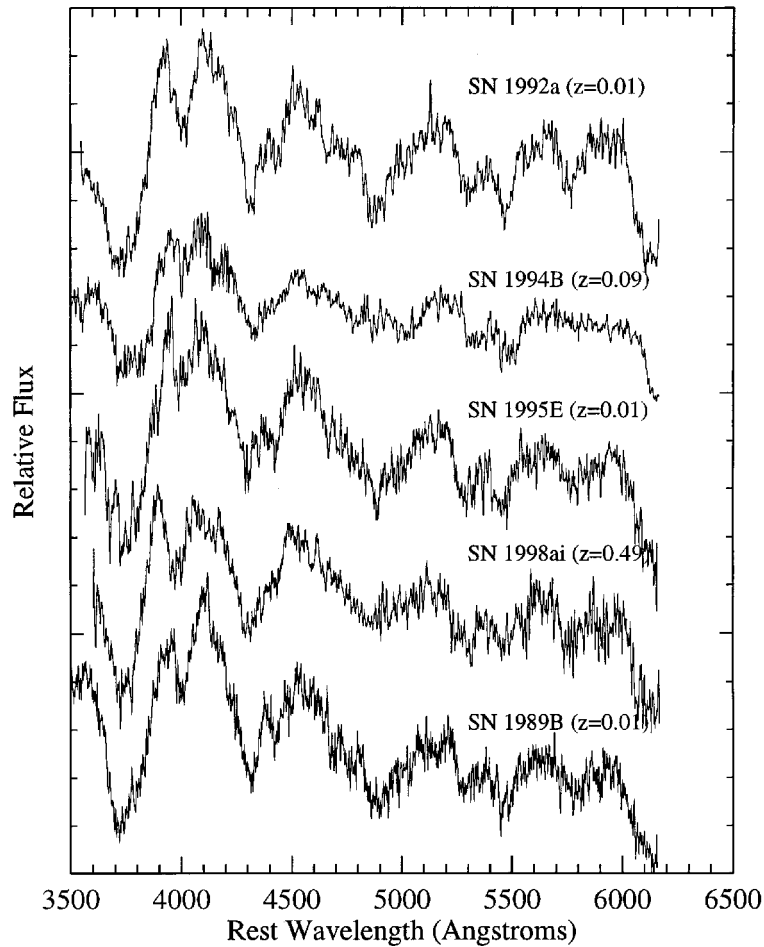


Abbildung 5: Spektren für Supernovae Ia bei verschiedener Rotverschiebung  $z$  in gleichem Stadium (ca. 5 Tage vor der Maximum-Helligkeit) der Entwicklung. (Quelle: [5])

Es gibt aber auch Supernovae Ia die nicht immer genau in dieses Schema passen: so genannte Ausreisser. Warum es teilweise zu diesen Abweichungen (siehe zum Beispiel SN 1994B in Abbildung (5)) kommt, kann man noch nicht immer genau verstehen und bedarf weiterer Untersuchungen. Man vermutet aber, dass ca. 80 % der Supernovae Ia normal sind.

Wenn man die Entwicklung des Spektrums mit der Zeit betrachtet, ist die Form der Leuchtkurve sehr spezifisch. Sie wird charakterisiert durch einen starken Anstieg der Helligkeit innerhalb von 17 - 20 Tagen (Rise-Time) bis zum Maximum der Helligkeit. Bei diesem Maximum (im B-Filter) wird auch der Nullpunkt der Zeitskala definiert. Danach fällt die Helligkeit rasch ab und macht nach ca. 20 Tagen (je nach beobachtetem Spektralbereich) einen Knick. Der anschliessend flachere Abfall wird durch den radioaktiven Zerfall von Nickel und Kobalt nach Eisen gesteuert.

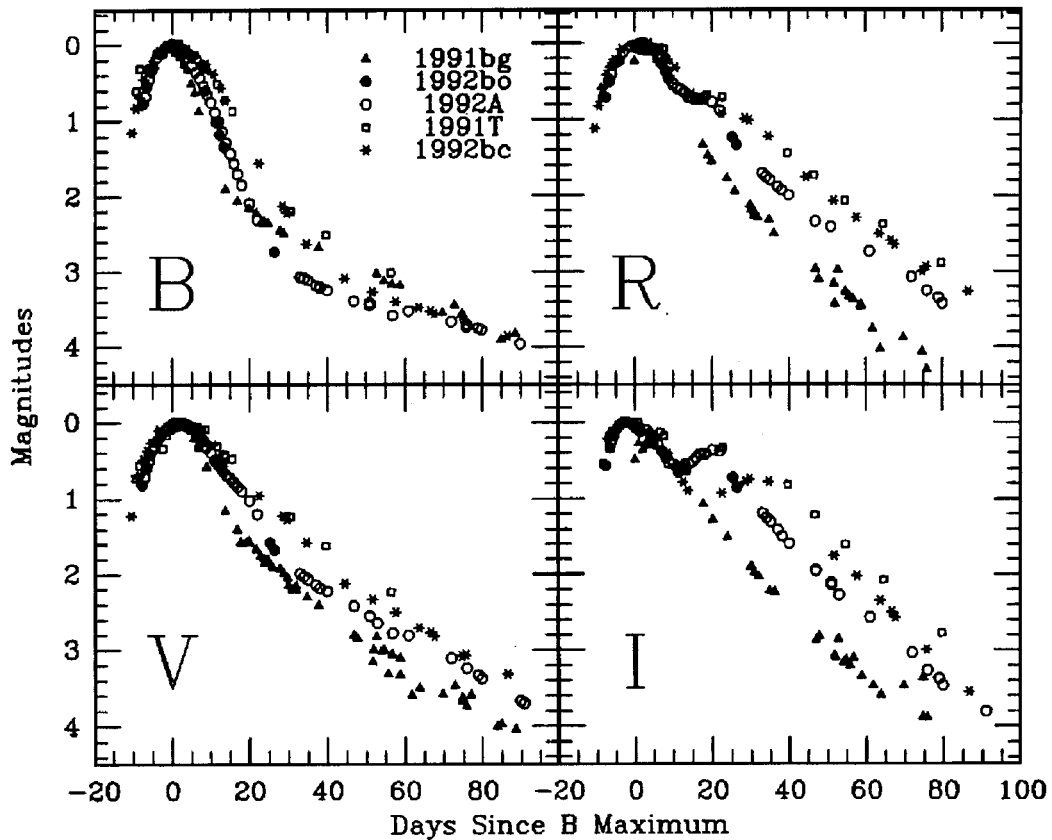


Abbildung 6: Zeitliche Evolution der Leuchtkurven verschiedener Supernovae Ia in diversen Spektralbereichen (B: blue, R: red, V: visible, I: infrared) (Quelle: [4], Seite 324)

Aus Abbildung 6 ist auch gut zu erkennen, dass die Lichtkurve im blauen Filter schneller abfällt als im roten, d.h. im Ruhesystem der Supernova erscheint sie zuerst blau und wird dann nach ca. 15 - 20 Tagen rot aufleuchten. Es gibt hierzu auf der Homepage des Supernovae Cosmology Projects [27] eine Animation.

#### 4.4 Detektionsstrategie

Wie findet man überhaupt eine Supernova Ia? Die Wissenschaftler haben hierzu eine ausgeklügelte Strategie entwickelt, die ich etwas erläutern werde. Kurz vor Neumond wird der Himmel beobachtet und man macht Bilder davon, die man mit Aufnahmen vergleicht, die man nach dem letzten Neumond gemacht hat. Dieser Vergleich wird mit einer raffinierten Software gemacht, welche die beiden Aufnahmen subtrahiert. Wenn nun eine Differenz festgestellt wird, versucht man die Ursache zu bestimmen. Wenn potentielle Kandidaten für eine Supernova gefunden werden, versucht man sie mittels spektraler Untersuchungen zu identifizieren wozu diverse Teleskope auf der ganzen Welt inklusive dem Hubble Space Telescope (HST) zur Hilfe genommen werden. Wenn man Glück hat, so erwischt man die

nun gefundene Supernova Ia gerade noch vor der Maximum-Helligkeit, so dass sich eine qualitativ gute Lichtkurve sampeln lässt.

## 4.5 Korrekturen und Kalibrierung

Man muss grundsätzlich zwischen nahen und fernen Supernovae unterscheiden. Die nahen werden gebraucht um Korrekturen und Kalibrierungen der Messungen herzuleiten, da man ihre Distanzen zu uns durch alternative Methoden messen kann. Diese Korrekturen und Kalibrierungen wendet man dann auch auf die entfernten Supernovae an, mit der Annahme, dass sie die gleich Eigenschaften wie die nahen haben. Das Ziel aller Korrekturen ist, dass man eine effektive scheinbare Helligkeit  $m^{eff}$  im Ruhesystem der Supernova errechnen kann.

Gleichung (35) nimmt für kleine  $z$  in erster Ordnung in  $z$  folgende Form an

$$m = \mathcal{M} + 5 \log(z) \quad (36)$$

wobei  $\mathcal{M} = M + 25 - 5 \log(H_0 \cdot 1Mpc)$  den Fit-Parameter bezeichnet. Man sieht sehr schön die Form des Hubble-Gesetzes (vergleiche auch mit Abbildung 8) und man kann nun den besten Fit an das Hubble-Gesetz finden.

Für weit entfernte Supernovae Ia muss man als erstes eine Korrektur wegen der Zeitdilatation (siehe auch Gleichung (22)) machen, denn die beobachtete Kurve ist um den Faktor  $(1 + z)$  gestreckt.

Aus beobachtungstechnischen Gründen muss man noch die so genannte K Korrektur anbringen. Das Licht wird in einem anderen, für uns rotverschobenen Bereich, beobachtet. Durch die unterschiedliche Empfindlichkeit der Filter in den verschiedenen Spektralbereichen, den rotverschobenen Energieflüssen der Supernovae und dem Fakt, dass man nicht den gesamten Spektralbereich beobachten kann, wird eine Korrektur folgender Art für Beobachtungen im Spektralbereich  $Y$ , der im Ruhesystem der Supernova dem Spektralbereich  $X$  entspricht, nötig

$$K_{XY} = -2.5 \log \left( \frac{\int Z(\lambda) S_X(\lambda) d\lambda}{\int Z(\lambda) S_Y(\lambda) d\lambda} \right) + 2.5 \log \left( \frac{\int F(\lambda) S_X(\lambda) d\lambda}{\int F(\lambda') S_Y(\lambda'(1+z)) d\lambda'} \right) \quad (37)$$

wobei  $F(\lambda)$  die spektrale Energieverteilung der Supernova bezeichnet,  $S_X(\lambda)$  die Empfindlichkeitsfunktion (Transmission) des Spektralfilters  $X$  ist und  $Z(\lambda)$  für eine idealisierte stellare spektrale Energieverteilung steht. Weitere Details hierzu sind in [15] und [10] zu finden.

Die Extinktion durch Absorption und Streuung des Lichts bei der Muttergalaxie der Supernova und der Milchstrasse wird mit einem Term  $A_X$  beziehungsweise  $A_Y$  berücksichtigt ohne hier weiter auf Details einzugehen.

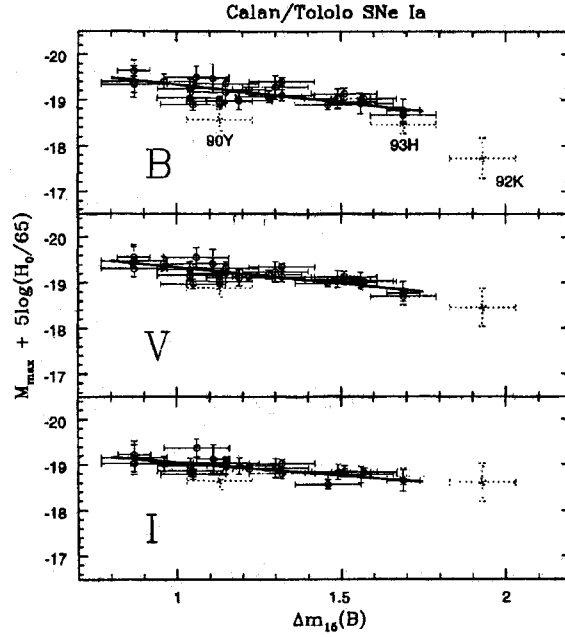


Abbildung 7: Die Absoluten Helligkeiten in den verschiedenen Spektralbereichen als Funktion von  $\Delta m_{15}$  (Quelle: [8], Seite 2394)

Auch wenn man die Lichtkurven wegen der Zeitdilatation korrigiert hat, zeigen sich Abweichungen in den Kurvenformen: Supernovae mit langsam abfallender Lichtkurve sind (absolut) heller als die mit schnell abnehmender Lichtkurve. Es gibt also einen Zusammenhang zwischen der Form der Lichtkurve und der absoluten Helligkeit  $M$ . Man kennt hauptsächlich drei Arten hier eine Relation herzustellen: die Multicolour Light Curve Shape (MLCS) Methode, die Stretch Factor Methode und die  $\Delta m_{15}$  Methode. Ich werde hier nur auf letztere eingehen.

Der Parameter  $\Delta m_{15}$  bezeichnet den Abfall der (absoluten) Helligkeit in Magnituden innerhalb der ersten 15 Tage nach dem Maximum in der B-Lichtkurve.

Wie Abbildung 7 zeigt, findet man einen schönen linearen Zusammenhang zwischen  $\Delta m_{15}$  und der Helligkeit. Man bestimmt also aus der Steigung die absolute Helligkeit und kann dann daher die scheinbare Helligkeit  $m$  korrigieren, da es für das Distanzmodul keine Rolle spielt, welche der beiden Helligkeiten man korrigiert.

Daraus resultiert dann eine Korrekturformel, mit der man die gewünschte effektive scheinbare Helligkeit im Ruhesystem der Supernova berechnen kann

$$m_X^{eff} = m_Y + \Delta_{\Delta m_{15}} - K_{XY} - A_X - A_Y. \quad (38)$$

Für die Rotverschiebung  $z \approx 0.5$  entspricht der blaue Spektralbereich im Ruhesystem der Supernova ( $X = B$ ) dem roten im Ruhesystem des Beobachters ( $Y = R$ ).

## 4.6 Beobachtung und Resultate

Beobachtungen von weit entfernten ( $z \geq 0.3$ ) Supernovae Ia zeigen nun, dass sie schwächer leuchten, als einfache Modelle des Universums voraussagen. Zwei Teams, das Supernova Cosmology Project Team [27] und das High-Z Supernova Search Team [28], sind hier auf gleiche Resultate gestossen.

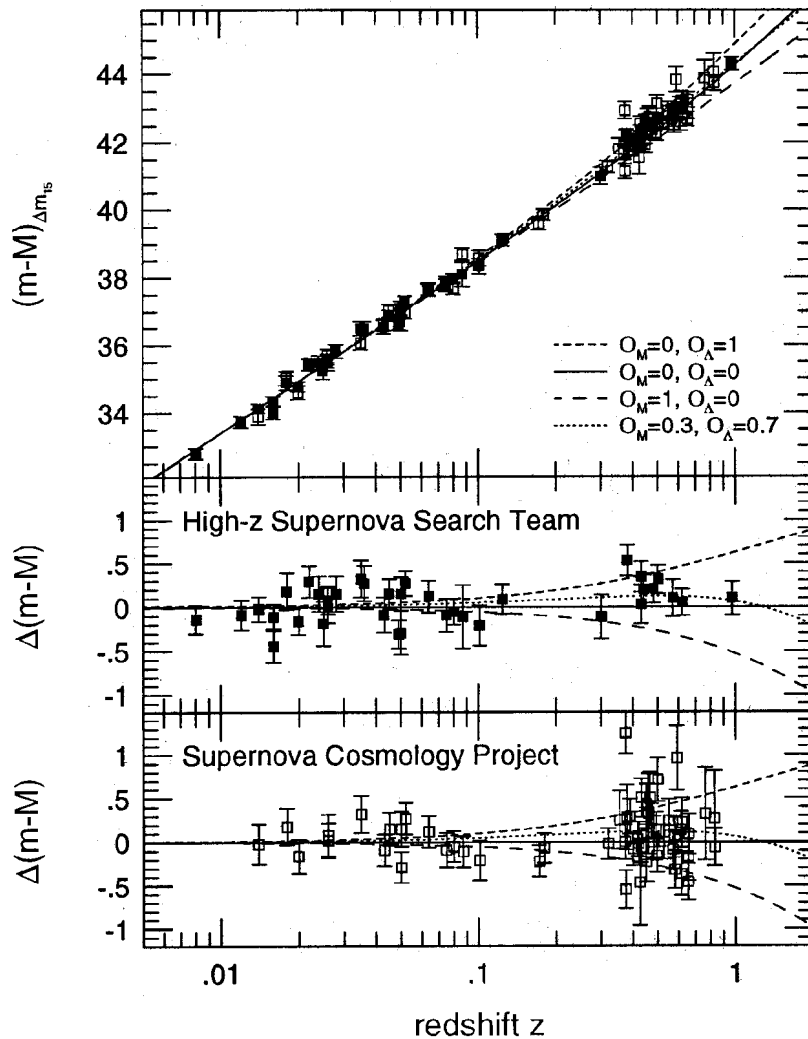


Abbildung 8: Hubble Diagramm für Supernovae Ia. Die unteren Grafiken sind normiert auf das Modell des leeren Universums. Es ist gut zu erkennen, dass die weiter entfernten Supernovae schwächer leuchten. (Quelle: [13], Seite 5)



## 4.7 Erklärungen

Die Erklärung, warum die weiter entfernten Supernovae Ia schwächer leuchten als man annehmen würde, ist, dass das Universum beschleunigt expandiert! Die Beobachtungen ergeben die in Abbildung 9 gezeichneten Konfidenzgebiete mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten in der  $\Omega_M$ - $\Omega_\Lambda$  Ebene. Mit  $q_0 \equiv -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = \Omega_M/2 - \Omega_\Lambda$  wird der so genannte Bremsparameter bezeichnet.

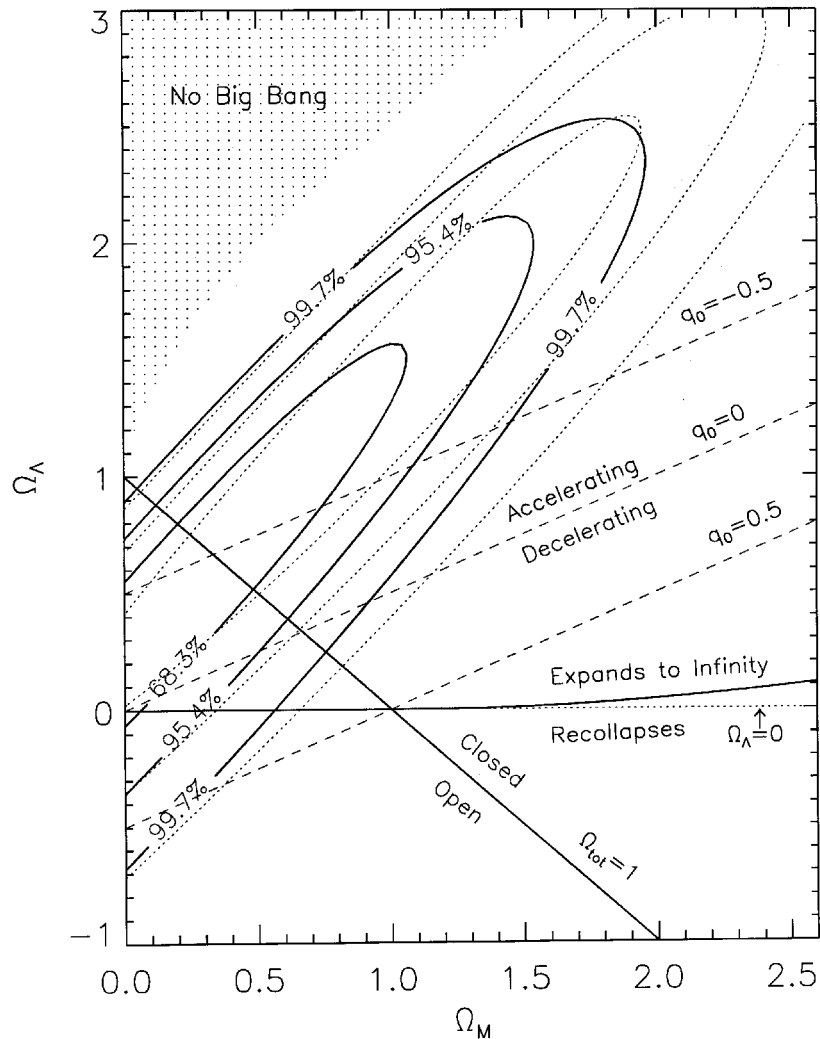


Abbildung 9:  $\Omega_M$ - $\Omega_\Lambda$  Ebene mit den Konfidenzgebieten aus den Beobachtungen der Supernovae Ia. (Quelle: [5])

Die Konfidenzgebiete sind de facto senkrecht zu der Geraden  $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ , welche die Werte für ein flaches Universum repräsentiert. Deshalb sagen diese Beobachtungen fast nichts über die Art der Krümmung unseres Universums aus. Benutzen wir aber noch Beobachtungen

der kosmischen Mikrowellen-Hintergrundsstrahlung, welche uns Konfidenzgebiete entlang der Geraden für ein flaches Universum liefert, können wir  $\Omega_K = 0$  setzen. Dies liefert uns folgende ungefähren Werte für die  $\Omega$ -Parameter und den Bremsparameter

$$\Omega_M \approx 1/3 \quad \Omega_\Lambda \approx 2/3 \quad \Omega_K \approx 0 \quad q_0 \approx -1/2 \quad . \quad (39)$$

Alternative Erklärungen wie man diese Abschwächung erklären könnte, sind zum Beispiel Evolution und Staub. Die chemische Zusammensetzung der Vorgänger (Weissen Zwerge) der Supernova war früher anders (Kohlenstoff-Sauerstoff Verhältnis, metallärmer usw.) was auch einen Einfluss auf den Explosionsablauf haben könnte. Durch Beobachtung der Spektren (siehe auch Abbildung 5) lässt sich aber zeigen, dass die entfernten Supernovae die gleichen Eigenschaften wie die nahen Exemplare zeigen, was den Einfluss von Evolution unwahrscheinlich macht.

Auch Staub kann das Licht schwächen. Selektiver Staub, der blaues Licht mehr streut als rotes, also rötet, wird durch spektrale Beobachtungen ausgeschlossen. Einziger Kandidat bleibt so genannter grauer Staub der das ganze Spektrum gleichermassen schwächt. Dieser Effekt müsste aber als Funktion von der Rotverschiebung  $z$  zunehmen, da für grösseres  $z$  die Supernovae weiter entfernt sind. Wenn aber wirklich die kosmologische Konstante  $\Lambda$  am Schwächungseffekt schuld ist, sollte dieser Effekt wieder abnehmen, da im frühen Universum (grosse  $z$ ) der Effekt der Abstossung durch den kosmologischen Term vernachlässigbar war im Vergleich zur Anziehung der Materie und daher das Universum abgebremst wurde! Es sind also Beobachtungen von Supernovae Ia mit hohen Rotverschiebungswerten nötig. Man hat nun tatsächlich eine Supernova Ia mit  $z = 1.7$  gefunden: SN1997ff. Die Beobachtungen bestätigen klar das Modell mit einer kosmologischen Konstante  $\Lambda \neq 0$  und schliessen systematische Fehler wie grauer Staub und Evolution, welche auch mit  $z$  zunehmen würde, mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit aus.

Es gibt noch weitere Versuche, um die Schwächung zu erklären. Zum Beispiel Modelle wo die Homogenität und die Isotropie des Universums verworfen wird und so dieser Schwächungseffekt erklärt wird. Ein weiterer Versuch ist, dass die physikalischen Konstanten wie die Lichtgeschwindigkeit  $c$ , die Newtonsche Gravitationskonstante  $G$  oder die Feinstrukturkonstante  $\alpha$  im frühen Universum andere Werte hatten als heute. Ein neues Modell, die so genannte Quintessenz, die als ein zerfallendes Teilchen-Skalarfeld beschrieben wird, erzeugt ebenfalls eine Abstossung welche dann auch die gewünschte Abschwächung liefert.

## 4.8 Ausblick

Um das definitive Schicksal von  $\Lambda$  zu ergründen, sind noch weitere Messungen nötig. Man plant hierzu vor allem zwei Projekte: SNAP (SuperNova Acceleration Probe) [29] und MAP (Microwave Anisotropy Probe) [30]. SNAP soll ca. 2000 Supernovae Ia pro Jahr beobachten und wird uns viel mehr statistisches Material liefern um eine noch bessere Aussage zu machen.

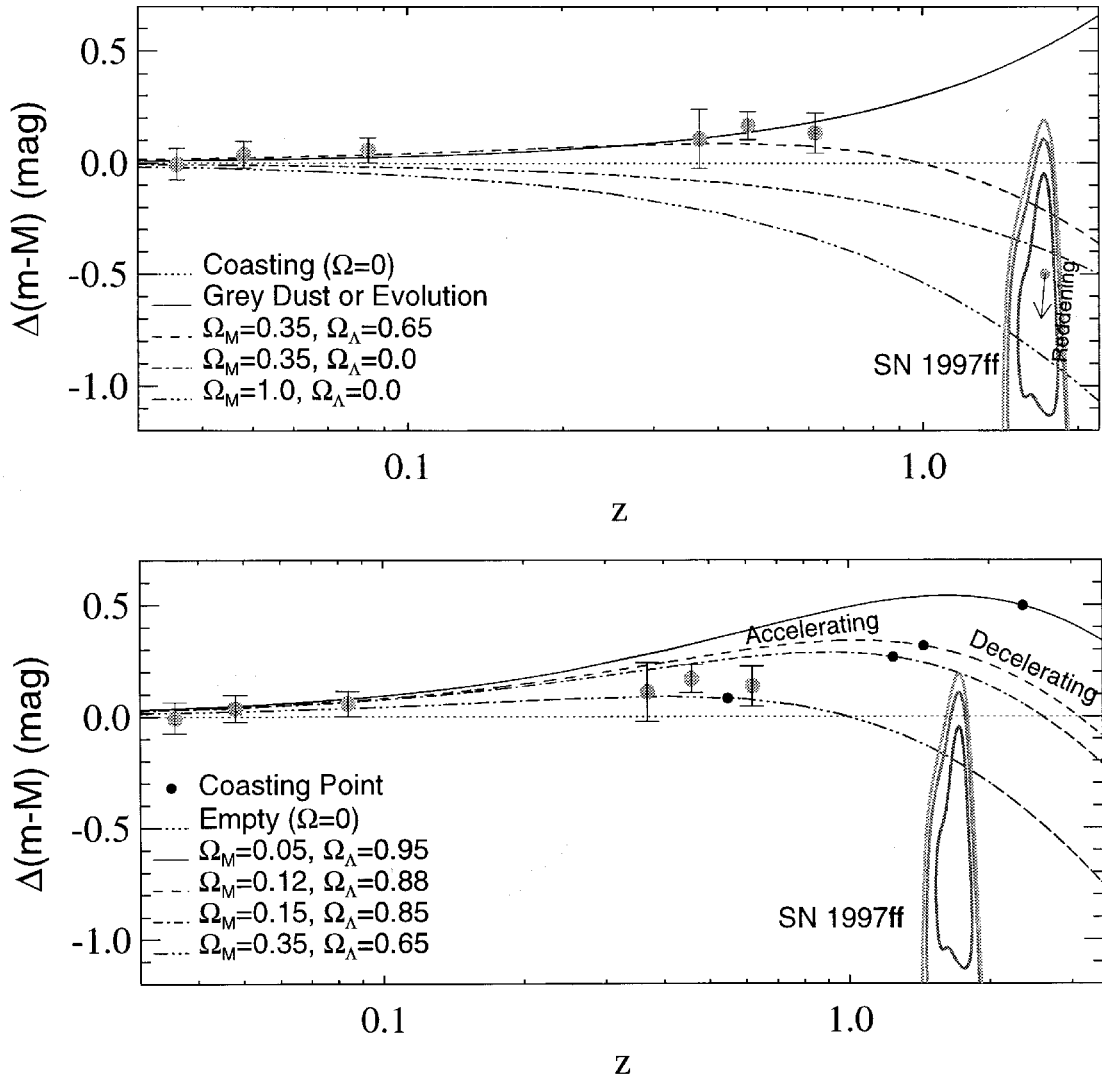


Abbildung 10: Auf das leere Universum normiertes Hubble-Diagramm, das gut zeigt, dass SN1997ff noch in der Phase der Abbremsung entstand (unten) und wie man daher systematische Fehler de facto ausschliessen kann (oben). (Quelle: [19])

## 4.9 Probleme

Grundsätzlich gilt es zwei Probleme zu lösen. Wenn man  $\Lambda$  als Vakuumenergiedichte interpretiert, so ist der beobachtete Wert für die Energiedichte

$$\rho_\Lambda^B \approx (10^{-12} \text{ GeV})^4. \quad (40)$$

Falls die Quantenfeldtheorie Gültigkeit bis zur Planckskala hat würde man für die Vakuum-

energiedichte einen Wert von

$$\rho_{\Lambda}^P \approx (10^{18} \text{GeV})^4 \quad (41)$$

erwarten. Dies sind 120 Größenordnungen Differenz, die noch niemand auch nur annähernd erklären kann und scheint momentan eines der fundamentalsten Probleme der Physik zu sein.

Hinzu kommt, dass wir in einer sehr ausgezeichneten Periode des Universums leben würden, wo der Einfluss der Materie und der kosmologischen Konstanten  $\Lambda$  vergleichbar ist. Dies wird als das Koinzidenzproblem bezeichnet.

Es gibt in Zukunft noch viele offene Fragen um die kosmologische Konstante  $\Lambda$  und deren Einfluss auf unser Universum zu beantworten und man erhofft dass die neuen Projekte uns hier weiterbringen werden.

## Literatur

- [1] Carroll S. M., Press W. H., Turner E. L., *The cosmological Constant*, 1992, ARA&A [35], 30, 499-542
- [2] Carroll S. M., *The cosmological Constant*, Living Reviews in Relativity, 1999, [34] arXiv:astro-ph/0004075
- [3] Dorris M. J., *Observational Evidence for a cosmological Constant*, 1998, [32]
- [4] Filippenko A. V., *Optical Spectra of Supernovae*, 1997, ARA&A [35], 35, 309-355
- [5] Filippenko A. V., Riess A. G., *Type Ia Supernovae and their cosmological Implications*, 1999, [34] arXiv:astro-ph/9905049
- [6] Filippenko A. V., Riess A. G., *Evidence from Type Ia Supernovae for an Accelerating Universe*, 2000, [34] arXiv:astro-ph/0008057
- [7] Filippenko A. V., *Einstein's biggest Blunder? High-Redshift Supernovae and the Accelerating Universe*, 2001, [34] arXiv:astro-ph/0109399
- [8] Hamuy M., et al., *The absolute Luminosities of the Calan/Tololo Type Ia Supernovae*, 1996, AJ [36], 112, 2391H
- [9] Hogg D. W., *Distance measures in cosmology*, 2000, [34] arXiv:astro-ph/9905116
- [10] Kim A., et al., *K Corrections for Type Ia Supernovae and a Test for spatial Variation of the Hubble Constant*, [27]
- [11] Leibundgut B., *Type Ia Supernovae*, 2000, A&ARv [38], 10, 179-209, siehe auch [33]

- [12] Leibundgut B., *Cosmological implications from observations of Type Ia Supernovae*, 2001, ARA&A [35], 39, 67-98, siehe auch [33]
- [13] Leibundgut B., *Distant Type Ia Supernovae and Cosmology*, 2001, Nuclei in the Cosmos 2000, Nucl. Phys. A, 688, 1c, siehe auch [33]
- [14] Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A., *Gravitation*, W. H. Freeman and Company, 1973
- [15] Oke J. B., Sandage A., *Energy Distributions, K Corrections, and the Stebbins-Whitford Effect for giant Elliptical Galaxies*, 1968, ApJ [37], 154, 210
- [16] Perlmutter S., et al., *Cosmology from Type Ia Supernovae*, 1998, [27]
- [17] Phillips M. M., *The absolute Magnitudes of Type Ia Supernovae*, 1993, ApJ [37], 413, L105-L108
- [18] Riess A. G., et al., *Observational Evidence from Supernovae for an accelerating Universe and a cosmological Constant*, 1998, AJ [36], 116, 1009-1038
- [19] Riess A. G., et al., *The Farthest known Supernova: Support for an Accelerating Universe and a Glimpse of the Epoch of Deceleration*, 2001, [34] arXiv:astro-ph/0104455
- [20] Schmid C., Vorlesungsskript: *Allgemeine Relativitätstheorie*
- [21] Straumann N., Vorlesungsskript: *Kosmologie I*
- [22] Straumann N., *Weisse Zwerge, Neutronensterne und Schwarze Löcher*, 1984, Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, 129/3, 246-267
- [23] Straumann N., *Neutrino-physik und Supernova-Explosionen*, 1989, Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, 134/4, 251-280
- [24] Straumann N., *The mystery of the cosmic vacuum energy density and the accelerated expansion of the Universe*, 1999, Eur. J. Phys. 20, 419-427
- [25] Straumann N., Giulini D., *Das Rätsel der kosmischen Vakuumenergiedichte und die beschleunigte Expansion des Universums*, Physikalische Blätter 56, Nr. 11, 2000
- [26] Straumann N., *On the Mystery of the Cosmic Vacuum Energy Density*, 2000, Vortrag im Rahmen der DARK 2000
- [27] Homepage des *Supernova Cosmology Project Team*:  
<http://www-supernova.lbl.gov>
- [28] Homepage des *High-Z Supernova Search Team*:  
<http://cfa-www.harvard.edu/cfa/oir/Research/supernova/HighZ.html>

- [29] Homepage des *SNAP (SuperNova Acceleration Probe) Projektes*:  
<http://snap.lbl.gov>
- [30] Homepage des *MAP (Microwave Anisotropy Probe) Projektes*:  
<http://map.gsfc.nasa.gov>
- [31] Homepage von *Sean Carroll*:  
<http://pancake.uchicago.edu/~carroll/>
- [32] Homepage von *Michael Dorris*:  
<http://redshift.stanford.edu/dorris/>
- [33] Homepage von *Bruno Leibundgut*:  
<http://www.eso.org/~bleibund/>
- [34] Homepage des *arXiv.org e-Print Archive*:  
<http://xxx.lanl.gov>
- [35] Homepage der *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*:  
<http://astro.annualreviews.org>
- [36] Homepage von *The Astronomical Journal*:  
<http://www.journals.uchicago.edu/AJ/>
- [37] Homepage von *The Astrophysical Journal*:  
<http://www.journals.uchicago.edu/ApJ/journal/>
- [38] Homepage von *The Astronomy and Astrophysics Review*:  
<http://link.springer.de/link/service/journals/00159/>
- [39] Homepage des *NASA Astrophysics Data System*:  
<http://adswww.harvard.edu>